

## Zur Anregung thermomechanischer Schwingungen: Wärme konvektion, Wärmeübertrag und Modulationsformen

Sergej Nesis, Christina Monz, Rolf Pelster\*

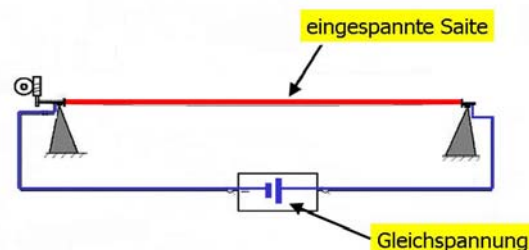
Experimentalphysik und Didaktik der Physik, Fachrichtung 7.2,  
Universität des Saarlandes, 66123 Saarbrücken  
\*e-mail: [rolf.pelster@mx.uni-saarland.de](mailto:rolf.pelster@mx.uni-saarland.de)

### Kurzfassung

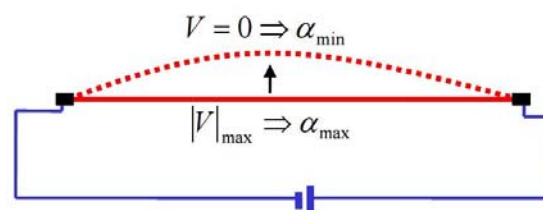
Wir untersuchen thermomechanische Schwingungen, bei denen eine eingespannte Saite durch einen Gleichstrom erwärmt und so angeregt wird, dass mechanische Oszillationen mit Temperaturvariationen gekoppelt sind. Ursache des Phänomens ist der geschwindigkeitsabhängige Wärmeübertrag an die Umgebungsluft. Wir untersuchen die Frage, wie es zur resonanten Anregung kommt und inwieweit sich das Anregungsspektrum von dem einer rein mechanischen Resonanz unterscheidet. Dazu stellen wir auch vergleichende Experimente vor, bei denen eine Saite mit einer Lautsprechermembran verbunden und durch diese zur parametrischen Resonanz gebracht wird (eine Variation des Experiments von Melde).

### 1. Einleitung

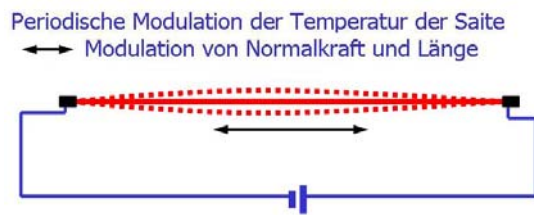
Obwohl eine Vielzahl von Schwingungsphänomenen in Natur und Technik in gekoppelter Form auftreten, ist der Begriff **thermomechanische Schwingung** (TMS) i.a. wenig geläufig. Reine Thermoschwingungen treten in der Natur nicht auf, sondern werden durch periodische Änderungen anderer physikalischer Größen ausgelöst. Sie sind daher z.B. an mechanische, elektrische oder akustische Schwingungen gekoppelt [3]. In einem früheren Beitrag haben wir bereits einige Demonstrationsversuche zu thermomechanischen Dauerschwingungen vorgestellt und im Detail erläutert [1]. Das Prinzip ist in Kurzform nochmals in Abb.1-4 dargestellt. Eine von einem Gleichstrom durchflossene Saite erwärmt sich und beginnt von alleine zu schwingen (Abb.1). Grundlage des Phänomens ist die geschwindigkeitsabhängige Modulation des Wärmeübertrags auf die Umgebungsluft (Abb.2), wodurch mechanische Schwingung und Temperaturoszillation koppeln (Abb.3,4): als Folge der Temperaturvariation ändert sich die thermische Ausdehnung der Saite und damit deren Länge und Normalspannung. Dies treibt wiederum die mechanische Schwingung der Saite an. Ohne Wärmeabgabe an die Umgebung kann sich daher keine TMS ausbilden, was man experimentell einfach durch Abpumpen der Umgebungsluft nachweisen kann (siehe [1]).



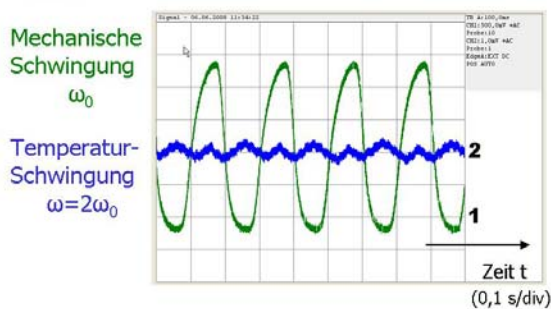
**Abb.1:** Skizze des Versuchsaufbaus. Eine eingespannte Saite befindet sich zwischen zwei Stützen. Bei richtiger Wahl der mechanischen Saitenspannung bildet sich eine mechanische Schwingung aus, sobald die Saite durch einen Gleichstrom erwärmt wird.



**Abb.2:** Beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage ist die Geschwindigkeit  $V$  der Saite maximal und damit auch die Wärmeübertragung an die Umgebungsluft (Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_{\max}$ ). Im Umkehrpunkt ist  $V=0$  und der Wärmeübertrag minimal ( $\alpha_{\min}$ ).

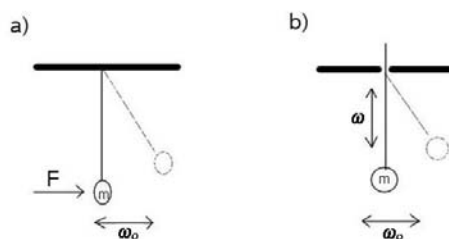


**Abb.3:** Die so hervorgerufenen Temperaturosillationen bewirken eine Modulation der thermischen Ausdehnung, in deren Folge auch die Normalkraft variiert, mit der die Saite eingespannt wird (angedeutet durch den schwarzen Pfeil).



**Abb.4:** Auslenkung und Temperatur des Drahtes.  
1:  $A_{\text{mech}}$  (2mm/div) 2:  $A_{\text{Temp}}$  (5°C/div)

Wie in [2-4] gezeigt, ist die parametrische Resonanz (PR) der Mechanismus, der der Anregung der TMS zugrundeliegt. Parametrische Resonanz kann in jedem beliebigen Schwingungssystem bei periodischer Veränderungen der Schwingungsparameter beobachtet werden. Sie unterscheidet sich von der „gewöhnlichen Resonanz“ insofern, als dass die antreibende Kraft nicht in Bewegungsrichtung der angeregten Schwingung wirkt. Schubst man beispielsweise mit der Hand ein Pendel direkt an der Masse an, so schwingt es mit seiner Eigenfrequenz  $\omega_0$  in die gleiche Richtung, in der die antreibende Kraft gewirkt hat (Abb.5a).



**Abb.5:** Parametrische Resonanz: a) Das Pendel schwingt mit der Eigenfrequenz in die gleiche Richtung wie die Kraft wirkt, b) Das Pendel schwingt in horizontaler Richtung, wenn es mit einer bestimmten Anregungsfrequenz  $\omega$  in vertikaler Richtung ausgelenkt wird.

Man kann das Pendel aber auch zum Schwingen bringen, indem man die Länge des Pendels periodisch ändert (Abb. 3b). Eine Schwingung setzt aber nur dann ein, wenn die Frequenz der Anregung der Bedingung

$$\omega \approx \frac{2\omega_0}{n} \quad \text{mit } n \in \mathbb{N} \quad (1)$$

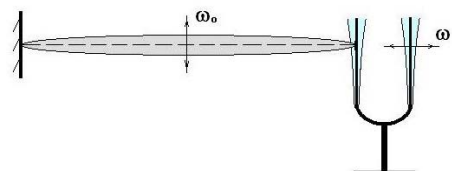
entspricht. Ist diese nicht erfüllt, so bewegt man das Pendel lediglich auf und ab.

Ein entscheidendes Merkmal der parametrischen Resonanz ist also die von der Schwingungsrichtung des anregenden Systems unterschiedliche Schwingungsrichtung des angeregten Systems. In (Abb. 5b) erfolgt die Längenänderung (anregendes System) vertikal, die Masse des Pendels schwingt jedoch horizontal (angeregtes System).

Die parametrische Schwingungserregung ist aber nur dann möglich, wenn das Schwingungssystem **sich schon im ersten Moment bewegt** (andernfalls wäre es ja möglich, das ruhende System durch innere Kräfte in Bewegung zu setzen).

Michael Faraday (1791–1867) beobachtete schon 1831 parametrischen Schwingungen. 1860 bemerkte Franz Melde (1832 - 1901), Physikprofessor an der Universität Marburg, die Schwingungen einer Saite, die zwischen zwei entgegen gesetzten Punkten einer tönenden Glocke gespannt war [5]. Er hatte den Gedanken, das Entstehen der Schwingungen an einer gespannten feinen Saite zu untersuchen, deren eines Ende starr und das andere an einer schwingenden Stimmgabel befestigt war (Abb.6). Die Bewegung des Befestigungspunktes der Saite stimmte mit der Richtung der Achse dieser Saite überein. Die Periode der querlaufenden Schwingungen der Saite war doppelt so groß wie die der schwingenden Stimmgabel.

Die erste Theorie der parametrischen Resonanz aus dem Jahr 1887 stammt von John William Strutt (Lord Rayleigh) [6], der eine Aufgabenreihe über die parametrische Anregung von Schwingungen mechanischer Systeme erörterte (Schaukeln, Saiten, usw.).



**Abb.6:** Das Experiment von Melde (1860). Eine horizontal schwingende Stimmgabel regt vertikale Drahtschwingungen an, wenn die Bedingung aus Gleichung (1) erfüllt ist.

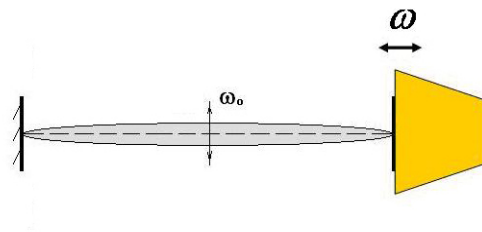
## 2. Erweiterungen des Melde-Experiments

Um das Phänomen der parametrischen Resonanz und die Kopplung der Schwingungen zu veranschaulichen, wiederholen wir zunächst das Melde-Experiment in einer modifizierten Form (Abb.7). Dabei ersetzen wir die Stimmgabel durch einen Bass-Lautsprecher, der elektronisch ansteuerbar ist. Dies erlaubt uns nicht nur, die Anregungsfrequenz zu variieren, sondern auch verschiedene Modulationsformen zu untersuchen. In Abb. 8 zeigen wir Photos und eine Skizze des Versuchsaufbaus.

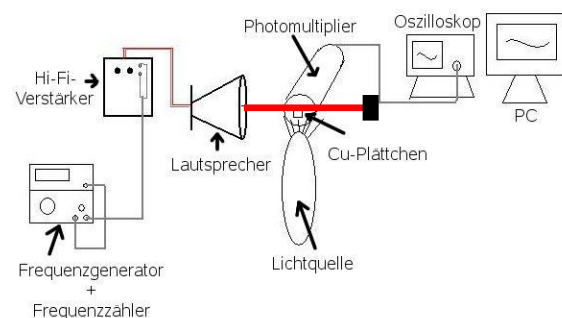
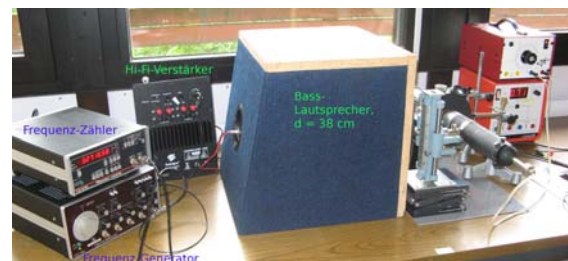
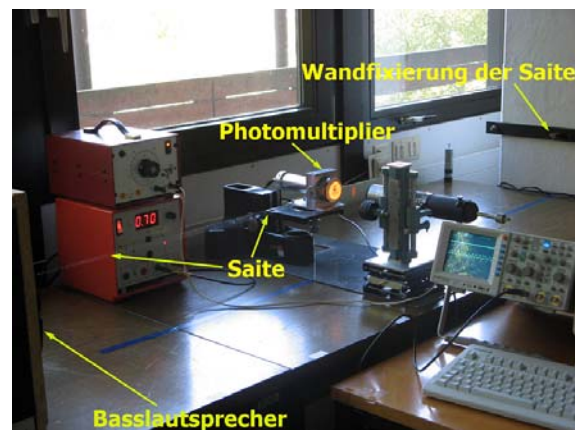
Als Schwingungsanreger verwenden wir einen Bass-Lautsprecher der Firma "Earthquake" mit einem Membrandurchmesser von 38 cm. Die Saite, ein Nickel-Chrom-Draht von ca. 1,6 m Länge wird zwischen der Membran und einer Wandbefestigung eingespannt. Zur Steuerung der Membranauslenkung dient ein Funktionsgenerator TOE 7704 der Firma "Toellner". Er erlaubt Steuerungsspannungen verschiedener Modulationsformen vorzugeben: Sinus-, Dreiecks- (Sägezahn-) und Rechteckschwingungen.

Der Frequenzzähler TOE 6705 der Firma "Toellner" ermöglicht eine Überprüfung der eingestellten Frequenzen. Der Verstärker der Firma "Kampo" musste eingesetzt werden, weil das elektrische Signal des Funktionsgenerators allein nicht ausreichte, um die Membran des Lautsprechers hinreichend auszu lenken. Die Verstärkung wird so geregelt, dass die Amplitude der Membranschwingung bei Änderung der Frequenz konstant bleibt. Überprüft wird dies mit einem an der Membran befestigten Miniatur-Beschleunigungssensor (*DeltaTron<sup>TM</sup> 4397A* von "Brüel & Kjær"). Das elektrische Signal des Beschleunigungssensors wird mit einem Oszilloskop Hameg 1508 der Firma "National Instruments" abgetastet. Damit ist die zeitabhängige Membranauslenkung bekannt. Die Auslenkung der schwingenden Saite wird wie in [1] beschrieben mittels einer Lichtschranke erfasst und ebenfalls mit dem Oszilloskop aufgezeichnet (siehe Abb. 8). Bei der richtigen Wahl der Anregungsfrequenz ergeben sich stabile Schwingungen der Saite (siehe hierzu den beigefügten Film „Lautsprecher.avi“; ein vermeintliches Stocken der Bewegung ist auf die Überlagerungen der Bildfrequenz und der Frequenz der schwingenden Saite zurückzuführen).

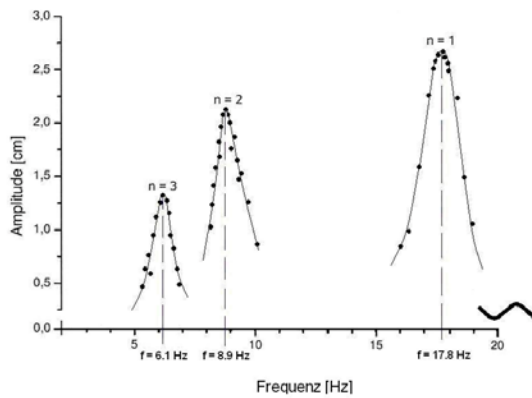
In den Abb. 9-11 zeigen wir die Resonanzkurven, die sich für die verschiedenen Modulationsarten ergeben. Aufgetragen ist jeweils die Amplitude der Saitenschwingung als Funktion der Frequenz der anregenden Lautsprechermembran,  $\omega/2\pi$ . An den Maxima lassen sich die Resonanzfrequenzen  $\omega_0/2\pi$  ablesen, mit denen die Saite zum Schwingen angeregt wird. Man erkennt leicht, dass die Bedingung für die parametrische Resonanz, Gl. (1), gut erfüllt ist. In den Frequenzbereichen zwischen den Resonanzen erfolgt keine Schwingungsanregung.



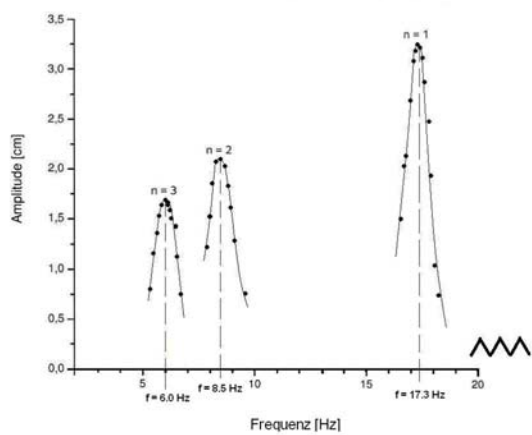
**Abb.7:** Schematische Darstellung des Melde-Experiments mit einem Bass-Lautsprecher anstelle der Stimmgabel.



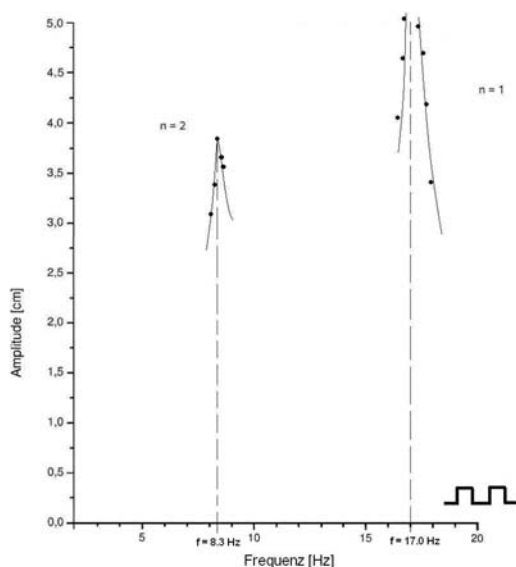
**Abb.8:** Photos und Skizze des Versuchsaufbaus zur Untersuchung der parametrischen Schwingungen (modifiziertes Melde-Experiment).



**Abb.9:** Amplitude der Saitenschwingung als Funktion der Anregungsfrequenz der Lautsprechermembran bei harmonischer Modulation (sinusförmige Spannungsansteuerung der Lautsprecherauslenkung). Die Resonanzfrequenzen sind deutlich erkennbar.



**Abb.10:** Amplitude der Saitenschwingung als Funktion der Anregungsfrequenz bei dreiecksförmiger Modulation der Spannungsansteuerung..



**Abb.11:** Amplitude der Saitenschwingung als Funktion der Anregungsfrequenz der Lautsprechermembran (rechteckförmige Spannungsansteuerung).

Ein Vergleich der Abb. 9-11 macht deutlich, dass eine Variation der Modulationsform lediglich eine kleine Verschiebung der Resonanzfrequenzen bewirkt. Allen Kurven gemeinsam ist, dass die Amplitude im Resonanzfall mit steigender Schwingungsordnung  $n$  kleiner wird:

$$A_{n=1} > A_{n=2} > A_{n=3} \quad (2)$$

Diese Versuchsergebnisse stimmen mit den theoretischen Vorstellungen über die parametrische Resonanz gut überein [7].

Darüber hinaus beobachten wir eine starke Abhängigkeit der Amplitude der Resonanzkurven von der Modulationsform. Je stärker die Nichtharmonizität der Anregung, desto stärker schwingt die Saite im Resonanzfall. Für die Amplitude im Resonanzfall gilt

$$A_{nn} > A_{\wedge\wedge} > A_{\sim} \quad (3)$$

d.h. dass die Rechteckmodulation größere Saitenauslenkungen bewirkt als die Dreiecksmodulation, die wiederum die Sinusmodulation übertrifft (man erwartet dies auch aus einer numerischen Modellierung; siehe Ref. [8]). Unserer Ansicht nach lässt sich dieses Phänomen auf die Geschwindigkeit der Energiezufuhr (Energiepumpen ins Schwingungssystem) zurückführen. Je höher die Energiezufuhr pro Schwingungsdauer, desto stärker ist die parametrische Schwingungserregung des Systems. Um dies zu veranschaulichen, betrachten wir die ausgelenkte Saite in Abb. 7. Wird im Umkehrpunkt (Auslenkung  $x$ ) die Normalspannung  $\sigma$  schnell erhöht - hervorgerufen durch eine Bewegung der Lautsprechermembran, so wird dem System offensichtlich sehr effektiv Energie ( $W$ ) zugeführt. Allgemein gilt für die Zeitabhängigkeit

$$\frac{dW}{dt} = \frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot \frac{d\sigma}{dt} \quad (4)$$

Es ist also von Bedeutung, zum richtigen Zeitpunkt möglichst stark und schnell an der Saite zu ziehen (z.B. im Umkehrpunkt bei max. Auslenkung) und sie wieder loszulassen, wenn die Auslenkung klein ist. Bei der Rechteckmodulation ist die zeitliche Änderung der Normalspannung im richtigen Moment nun besonders groß. Die phasenrichtige Kopplung der beiden Schwingungen stellt sich von alleine ein, d.h. im Resonanzfall wird die Saite immer im richtigen Moment gespannt.



### 3. Parametrische thermomechanische Schwingungen

Im Vergleich zum Melde-Experiment sind thermomechanische Schwingungen schwieriger zu studieren, da keine externe äußere Schwingungserregung vorgegeben wird. Die mechanische Schwingung der Saite und deren Temperaturosillation koppeln und bedingen sich gegenseitig: die Bewegung der erwärmten Saite führt zu einem geschwindigkeitsabhängigen Wärmeübertrag an die Umgebungsluft, so dass eine Temperaturmodulation entsteht. Diese bedingt wiederum eine Modulation der thermischen Ausdehnung der Saite. Deren Länge und somit auch die Normalkraft variieren zeitlich und treiben ähnlich wie beim Melde-Experiment die Transversalschwingung der Saite an (Abb. 1-4). Dass es sich bei den thermomechanischen Schwingungen (TMS) ebenfalls um eine parametrische Resonanz handelt, erkennt man an dem in Abb. 12 gezeigten Anregungsspektrum (für Details des Messaufbaus verweisen wir auf Ref. [1]). Resonanzen treten nur auf, wenn die Frequenzbedingung Gl. (1) erfüllt ist.

Was die Stärke der Resonanzen angeht, so ergibt sich jedoch ein anderes Verhalten. Während bei den rein mechanischen Schwingungen die Resonanzamplitude mit steigender Ordnungszahl  $n$  abnimmt [Abb. 9-11 und Gl. (2)], beobachten wir bei unserer thermomechanischen Schwingung (siehe Abb. 12)

$$A_{n=2} > A_{n=1} > A_{n=3} \quad . \quad (5)$$

Hier ist also nicht mehr die erste, sondern die zweite Resonanz die stärkste. Der Energieübertrag ist also dann besonders effizient, wenn die Frequenzen der Hauptschwingung (mechanische Schwingung der Saite) und der Modulationen (Temperaturvariation der Saite) übereinstimmen [ $\omega \cong \omega_o$  und somit  $n=2$ , siehe Gl. (1)].

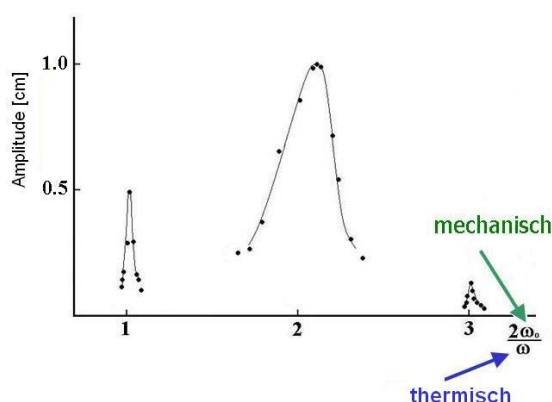


Abb.12: Die Resonanzkurven der thermomechanischen Schwingungen.

Unserer Meinung nach ist diese Abweichung von der üblichen Ordnung (Gl.2) auf eine Besonderheit der TMS zurückzuführen. Im Gegensatz zum Melde-Experiment kommt es hier zu einem Symmetriebruch: Auf Grund der Luftkonvektion hängt der Wärmeübertrag der horizontal eingespannten erhitzten Saite davon ab, ob sich diese auf- oder abwärts bewegt: bei Bewegung nach oben ist sie von einem aufsteigendem warmen Luftstrom umgeben, bei der Bewegung nach unten löst sie sich von diesem und kühlt daher schneller ab. Diese Asymmetrie des Wärmeübertrags schlägt sich dann in der Variation der Normalspannung und letztendlich auch im Resonanzspektrum nieder.

### 4. Der Einfluß der Konvektion auf die Anregung thermomechanischer Schwingungen

In diesem Experiment untersuchen wir, ob und wie stark sich thermomechanische Schwingungen bei verschiedenen Orientierungen der Saite ausbilden. Für diesen Zweck wird der Neigungswinkel  $\alpha$  der schwingenden Saite wie in Abb. 13 angedeutet von  $0^\circ$  bis  $90^\circ$  variiert. Dabei änderte sich auch die Richtung der Konvektionsströme relativ zur Saite. Bei horizontaler Orientierung,  $\alpha=0^\circ$ , ist die Schwingungsamplitude am größten, bei Schrägstellung ( $\alpha=45^\circ$ ) etwas schwächer und bei vertikaler Orientierung ( $\alpha=90^\circ$ ) bildet sich gar keine thermomechanische Schwingung mehr aus (siehe hierzu den beigefügten Film „Konvektion.avi“). Im letzteren Fall verläuft die Konvektionsströmung der durch die Saite aufgeheizten Umgebungsluft entlang der Saite. Dies behindert die Abkühlung der Saite und damit die Ausbildung der periodischen Temperaturmodulation. Ein effektiver geschwindigkeitsabhängiger Wärmeaustausch mit der Umgebung – die Grundlage der TMS – ist also nur bei geeigneter Konvektionsströmung bzw. Orientierung der Saite möglich.

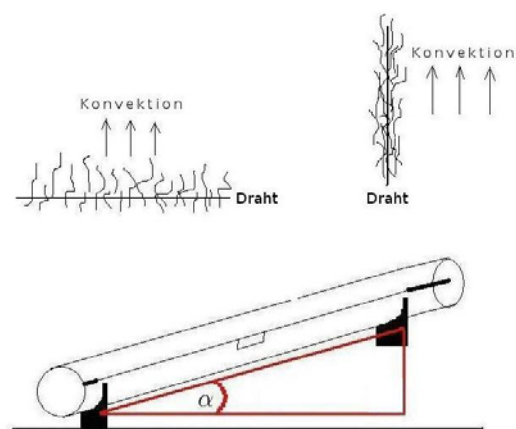


Abb.13: Skizze des Versuchsaufbaus zur Untersuchung des Einflusses der Konvektionsströmung auf die Intensität der TMS.

## 5. Zusammenfassung

Bei einer Vielzahl periodischer Phänomene in Natur und Technik gehen mechanische Oszillationen mit entsprechenden Temperaturvariationen einher, d. h. beide Phänomene sind gekoppelt und verstärken sich gegenseitig (parametrische Resonanz).

In dieser Arbeit haben wir versucht, Unterschiede zur und Gemeinsamkeiten mit der parametrischen Resonanz in rein mechanischen Systemen herauszuarbeiten. Dazu haben wir zunächst eine Variante des so genannten Melde-Experimentes studiert, bei dem eine Saite mit einer Lautsprechermembran verbunden und durch deren longitudinale Bewegung zu einer transversalen Schwingung angeregt wird.

- (i) Wir haben gezeigt, dass dabei nicht nur die 1. Resonanz, sondern auch Resonanzen höherer Ordnungen beobachten werden können. Mit steigender Ordnungszahl  $n$  nimmt deren Stärke ab.
- (ii) Bei Änderung der Modulationsform verschieben sich die Resonanzfrequenzen nur geringfügig. Die Resonanzamplitude der angeregten Schwingung hängt aber stark von der Modulationsart ab. Bei einer Rechteckmodulation schwingt das System stärker als bei einer Dreiecksmodulation oder einer Sinusmodulation. Wir schließen daraus, dass steile Modulationsfronten mit einem sehr effizienten Energieübertrag einhergehen.

Im Vergleich dazu haben wir die thermomechanische Schwingung einer Saite untersucht, welche durch einen Gleichstrom erwärmt und in parametrische Resonanz gebracht wird. Ursache des Phänomens ist der geschwindigkeitsabhängige Wärmeübertrag an die Umgebungsluft, wodurch mechanische Oszillationen und Temperaturvariationen koppeln. Im Gegensatz zum Melde-Experiment stellt sich die Anregung hier also von alleine ein.

- (i) Auch hier lassen sich Grundresonanz und Resonanzen höherer Ordnung beobachten. Im Unterschied zum rein mechanischen Melde-System ist jedoch nicht die Grundresonanz ( $n=1$ ) am stärksten ausgeprägt, sondern die Resonanz, bei der die Frequenz der mechanischen Schwingung mit der der Temperaturschwingung übereinstimmt ( $n=2$ ). Diese Abweichung vom Verhalten des rein mechanischen Systems erklären wir durch die Symmetriebrechung auf Grund der Konvektion.

- (ii) Die Richtung der Wärmekonvektion relativ zur Saite beeinflusst die Intensität der thermomechanischen Schwingungen. Bei horizontaler Lagerung der Saite führt Konvektion der Umgebungsluft zu einer effektiven Kühlung und ermöglicht dadurch erst den geschwindigkeitsabhängigen Wärmeübertrag. Bei vertikaler Anordnung hingegen verläuft die Konvektionsströmung entlang der Saite, so dass sich keine thermomechanischen Oszillationen ausbilden können.

## 6. Dem Beitrag beigelegte Medien

Film „Lautsprecher.avi“

Film „Konvektion.avi“

## 7. Literatur

- [1] Nesis S, Pelster R (2009): Zur Demonstration und Erläuterung thermomechanischer Schwingungen, In: Didaktik der Physik, Bochum, ISBN:978-3-86541-371-0
- [2] Nesis S E (1983): Experimental Study of Temperature Oscillations in a Vibrating Spiral Heater, In: J. Eng. Phys. & Thermophys., 44, 2, 197–199
- [3] Nesis E I, Nesis S E (1988): Thermomechanical and Thermoacoustic Self-Excited Oscillations (Review), In: J. Eng. Phys. & Thermophys. 55, 4, 1178–1194
- [4] Nesis S E (1998): Temperature Oscillations and Their Interactions with Oscillations of a Different Physical Nature, In: J. Eng. Phys. & Thermophys., 71, 5, 807–810
- [5] Melde, F. (1860): Über die Erregung stehender Wellen eines fadenförmigen Körpers, In: Pogg Ann.d. Phys. Bd. III, 193–215.
- [6] Rayleigh, Theory of Sound (1955, Vols. I-II), Dover, N.Y.
- [7] Magnus K (1961): Schwingungen, Teubner / Stuttgart
- [8] Nesis E I, Borisov E (1992) : A Contribution to the Theory of Parametric Excitation of Thermomechanical Oscillations, In: J. Eng. Phys. & Thermophys., 63, 3, 884–888